Logica 2 voor filosofen, Tentamen

Basisdoctoraal, najaar 2001

Mobiele telefoons uit a.u.b.

Het tentamen kan *niet* meegenomen worden na afloop.

Opgave 0. Doet U dit tentamen voor 70 of voor 85 punten?

Opgave 1. Bewijs met natuurlijke deductie dat

- $\vdash (A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C))$,
- $\vdash (A \vee B) \wedge (A \to B) \to B$,
- $\vdash \neg\neg A \to A$.

Welke van uw bewijzen zijn constructief?

Opgave 2. Bewijs met natuurlijke deductie dat

- $\vdash \forall x \forall y \varphi(x, y) \to \forall x \varphi(x, x)$,
- $\vdash \forall x(\varphi(x) \to \psi(x)) \wedge \forall x \varphi(x) \to \forall x \psi(x)$.

Opgave 3. Formuleer de eerste onvolledigheidsstelling van Gödel.

Opgave 4. Bewijs met inductie dat voor alle natuurlijke getallen n geldt

$$\Sigma_{k=0}^{n} k = \frac{n \cdot (n+1)}{2}.$$

Denk aan onze mantra!

Opgave 5. In deze opgave is Γ een verzameling formules.

(a.) Wat betekent de uitspraak "Γ is consistent"?

(b.) Wat betekent de uitspraak "Γ is een maximaal consistente verzameling"? Geef de definitie.

(c.) Zij nu Γ een maximaal consistente verzameling. We weten dat $\Gamma \vdash \varphi \Rightarrow \varphi \in \Gamma$. Gebruik dit om te laten zien dat $\psi \notin \Gamma \Rightarrow \neg\psi \in \Gamma$.

Opgave 6. Laat met behulp van Kripke semantiek zien dat $(A \to B) \to (\neg A \vee B)$ niet constructief bewijsbaar is.