Opgaven Logica 1 voor filosofen

Bachelor, najaar 2003

Week 2

Opgave 0. Geef een bewijs van contradictie in naïeve verzamelingenleer zonder gebruik te maken van de uitgesloten derde, dat is, zonder

$$p \vee \neg p.$$

Opgave 1. Zij T een consistente theorie. Met $T \vdash \varphi$ bedoelen wij dat φ door T bewezen wordt. Met $T \nvdash \varphi$ bedoelen we $\neg(T \vdash \varphi)$. Geef aan welke van de volgende implicaties geldig zijn.

1. $T \nvdash \varphi \Rightarrow T \vdash \neg\varphi$
2. $T \vdash \neg\varphi \Rightarrow T \nvdash \varphi$
3. $T \vdash \varphi \Rightarrow T \vdash \neg\varphi$
4. $T \vdash \varphi \Rightarrow T \nvdash \neg\varphi$
5. $T \vdash \varphi \ \&\ T \vdash \neg\varphi \Rightarrow T \vdash \psi$
6. $T \nvdash \varphi \ \&\ T \nvdash \neg\varphi \Rightarrow T \vdash \psi$
7. $T \nvdash \varphi \ \&\ T \nvdash \neg\varphi \Rightarrow T \nvdash \neg\psi$

Opgave 2. Geef een zin φ in de taal van de propositielogica zó dat

$$\varnothing \nvdash \varphi \quad \& \quad \varnothing \nvdash \neg\varphi.$$

Geef ook een zin ψ in de taal van de propositielogica zó dat

$$\{p, p \to q, \neg r, s \to (r \vee \neg q)\} \nvdash \psi \quad \& \quad \{p, p \to q, \neg r, s \to (r \vee \neg q)\} \nvdash \neg\psi.$$

Opgave 3. Zij T de theorie als volgt gedefinieerd:

$$\begin{aligned} T := \quad & \{\forall x\, \neg Rxx, \forall x \forall y \forall z\, (xRy \wedge yRz \to xRz), \\ & \forall x \forall y\, (x = y \vee xRy \vee yRx), \forall x \forall y\, (xRy \to \exists z\, (xRz \wedge zRy))\} \end{aligned}$$

Geef een zin φ in de predicaatlogische taal $\{R\}$, waarbij R een binair relatie symbool is, zó dat

$$\varnothing \nvdash \varphi \quad \& \quad \varnothing \nvdash \neg\varphi.$$

Geef ook een zin ψ wederom in de predicaatlogische taal $\{R\}$, waarbij R het binair relatie symbool is, zó dat

$$T \nvdash \psi \quad \& \quad T \nvdash \neg\psi.$$

Opgave 4. Zijn F en R theorieën zó dat $F \subseteq R$. Met $\mathsf{Cons}(F)$ bedoelen we de uitspraak "de theorie F is consistent". Hebben we een van de volgende twee implicaties?

- $\mathsf{Cons}(F) \to \mathsf{Cons}(R)$
- $\mathsf{Cons}(R) \to \mathsf{Cons}(F)$

Opgave 5. Bepaal van elk van de volgende zinnen of je ze apriori zou noemen of niet. En analytisch?

1. Either Brutus killed Ceasar or he did not
2. No unmarried man is married
3. No bachelor is married
4. 7+5=12
5. Everything green is extended
6. Whatever is red all over is not blue
7. If x is warmer than y, then y is not warmer than x

In de Blackwell Companion definieert Boghossian analyciteit als volgt:

> Sentences that are purely true by virtue of their meaning

Verder onderscheidt hij een meer metafysische (waarheidswaarde van de zin staat los van de feiten) en een meer epistemologische invulling (om in te zien dat deze zinnen waar zijn hoef je ze slechts te begrijpen), de laatste noemt hij Frege-analytic. Blijkbaar schommelt Quine tussen deze twee invullingen.

A priori definieert B. als volgt:

> To say that the warrant for a given belief is a priori is just to say that it is justified, with a strength sufficient for knowledge, without appeal to empirical evidence

Wat zou Boghossian over de bovenstaande zinnen zeggen?