

Opgave 1

Zij φ een formule van **GL**. Geef een uitdrukking die je het aantal subformules van φ geeft. Gebruik hiervoor simpele variabelen die je nuttig lijken. Bijvoorbeeld je kan b definiëren als het aantal \Box -symbolen in φ . Of z het aantal zondagen in Novemeber.¹

Opgave 2

We assume that **GL** $\not\vdash (\Diamond A \rightarrow \Diamond \Diamond A) \rightarrow \Box \neg A$. Now, apply the model definition from Chapter 5 of Boolos to obtain a model. If all goes all right, there should be a world x in this model with $x \Vdash \neg((\Diamond A \rightarrow \Diamond \Diamond A) \rightarrow \Box \neg A)$. Expose this world, or conclude that our assumption was invalid. Is the obtained model in general minimal?

Opgave 3

Consider the modal completeness proof of **K4** from Chapter 6, that uses canonical models. Why is it that we need not explicitly define transitivity of R by saying that $xRy \Leftrightarrow \forall A [\Box A \in x \rightarrow \Box A, A \in y]$? (You do not need to read the whole proof to make this exercise!)

¹Uiteraard is het niet toegestaan om voor s het aantal subformules gewoon te definiëren en te zeggen dat $s = s$. D.w.z. je formule moet wel informatief zijn.