Logica 1

Joost J. Joosten

Universiteit Utrecht

(sub)faculteit der Wijsbegeerte

Heidelberglaan 8

3584 CS Utrecht

Kamer 158, 030-2535579

jjoosten@phil.uu.nl

`www.phil.uu.nl/ jjoosten` (hier moet een tilde bij)

Vandaag

- Korte opmerkingen over indentiteit

Vandaag

- Korte opmerkingen over indentiteit
- Natuurlijke deductie en predicaatlogica

Vandaag

- Korte opmerkingen over indentiteit
- Natuurlijke deductie en predicaatlogica
- Gastcollege van Dalen over intuïtionisme

Identiteit

- Meestal veronderstellen we dat we identiteit (=) als predicaat hebben

Identiteit

- Meestal veronderstellen we dat we identiteit (=) als predicaat hebben
- Er is iemand die alleen van zichzelf houdt

Identiteit

- Meestal veronderstellen we dat we identiteit (=) als predicaat hebben
- Er is iemand die alleen van zichzelf houdt
- Iedereen houdt van tenminste twee mensen

Identiteit

- Meestal veronderstellen we dat we identiteit (=) als predicaat hebben
- Er is iemand die alleen van zichzelf houdt
- Iedereen houdt van tenminste twee mensen
- Wederom, semantiek

Predicatenlogica

- Aristoteles heeft een zeer beperkt deel van de predicaten logica in kaart gebracht met zijn syllogismen.

Predicatenlogica

- Aristoteles heeft een zeer beperkt deel van de predicaten logica in kaart gebracht met zijn syllogismen.
- Wij zullen een grotere en betere kaart maken

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : ,

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie ,

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) ,

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) , introductie

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) , introductie (generalisatie)

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) , introductie (generalisatie)
- Existentiële kwantor

,

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) , introductie (generalisatie)
- Existentiële kwantor elimantie

,

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) , introductie (generalisatie)
- Existentiële kwantor elimantie (via een soort assumptie) ,

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) , introductie (generalisatie)
- Existentiële kwantor elimantie (via een soort assumptie) , introductie

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) , introductie (generalisatie)
- Existentiële kwantor elimantie (via een soort assumptie) , introductie (wegens een instantie)

Voorbeelden

- $\forall x \forall y \; \varphi(x,y) \to \forall y \forall x \varphi(x,y)$

Voorbeelden

- $\forall x \forall y\ \varphi(x,y) \rightarrow \forall y \forall x \varphi(x,y)$ Met $\varphi(x,y)$ bedoelen we een formule φ, waar x en y als vrije variabelen in voorkomen

Voorbeelden

- $\forall x \forall y\ \varphi(x,y) \rightarrow \forall y \forall x \varphi(x,y)$ Met $\varphi(x,y)$ bedoelen we een formule φ, waar x en y als vrije variabelen in voorkomen
- $\forall x\ (\varphi \wedge \psi) \rightarrow \forall x\ \varphi \wedge \forall x\ \psi$

Voorbeelden

- $\forall x \forall y \ \varphi(x, y) \to \forall y \forall x \varphi(x, y)$ Met $\varphi(x, y)$ bedoelen we een formule φ, waar x en y als vrije variabelen in voorkomen
- $\forall x \ (\varphi \land \psi) \to \forall x \ \varphi \land \forall x \ \psi$ Merk op: we geven niet altijd de variabelen weer!

Voorbeelden

- $\forall x \forall y\ \varphi(x,y) \to \forall y \forall x \varphi(x,y)$ Met $\varphi(x,y)$ bedoelen we een formule φ, waar x en y als vrije variabelen in voorkomen
- $\forall x\ (\varphi \wedge \psi) \to \forall x\ \varphi \wedge \forall x\ \psi$ Merk op: we geven niet altijd de variabelen weer!
- Als $x \notin \mathrm{FV}(\varphi)$, dan $\forall x\ (\varphi \to \psi(x)) \to (\varphi \to \forall x\ \psi(x))$

Voorbeelden

- $\forall x \forall y\ \varphi(x,y) \rightarrow \forall y \forall x \varphi(x,y)$ Met $\varphi(x,y)$ bedoelen we een formule φ, waar x en y als vrije variabelen in voorkomen
- $\forall x\ (\varphi \wedge \psi) \rightarrow \forall x\ \varphi \wedge \forall x\ \psi$ Merk op: we geven niet altijd de variabelen weer!
- Als $x \notin \mathsf{FV}(\varphi)$, dan $\forall x\ (\varphi \rightarrow \psi(x)) \rightarrow (\varphi \rightarrow \forall x\ \psi(x))$
- Als $x \notin \mathsf{FV}(\psi)$, dan $\forall x\ (\varphi(x) \rightarrow \psi) \rightarrow (\exists x\ \varphi(x) \rightarrow \psi)$

Voorbeelden

- $\forall x \forall y\ \varphi(x,y) \to \forall y \forall x \varphi(x,y)$ Met $\varphi(x,y)$ bedoelen we een formule φ, waar x en y als vrije variabelen in voorkomen

- $\forall x\ (\varphi \wedge \psi) \to \forall x\ \varphi \wedge \forall x\ \psi$ Merk op: we geven niet altijd de variabelen weer!
- Als $x \notin \mathsf{FV}(\varphi)$, dan $\forall x\ (\varphi \to \psi(x)) \to (\varphi \to \forall x\ \psi(x))$
- Als $x \notin \mathsf{FV}(\psi)$, dan $\forall x\ (\varphi(x) \to \psi) \to (\exists x\ \varphi(x) \to \psi)$
- $\exists x\ (\varphi(x) \vee \psi(x)) \to \exists x\ \varphi(x) \vee \exists x\ \psi(x)$

Eigenschappen kaart

- Correctheid

Eigenschappen kaart

- Correctheid
- Volledigheid

Eigenschappen kaart

- Correctheid
- Volledigheid
- Onbeslisbaarheid!

7-minutentest

A In predicatenlogica, wat is het verschil tussen een formule en een zin?

7-minutentest

A In predicatenlogica, wat is het verschil tussen een formule en een zin?

B Noem de twee ingrediënten die een model van een fragment van predicatenlogica vastleggen.

7-minutentest

A In predicatenlogica, wat is het verschil tussen een formule en een zin?

B Noem de twee ingrediënten die een model van een fragment van predicatenlogica vastleggen.

C Laat zien dat $\exists x\ P(x) \rightarrow \forall x\ P(x)$ een contingentie is.