

Logica 1

Joost J. Joosten

Universiteit Utrecht
(sub)faculteit der Wijsbegeerte

Heidelberglaan 8

3584 CS Utrecht

Kamer 158, 030-2535579

jjoosten@phil.uu.nl

www.phil.uu.nl/~jjoosten (hier moet een tilde bij)

Vandaag

- Syntax predicaatlogica een beetje preciseren

Vandaag

- Syntax predicaatlogica een beetje preciseren
- Semantiek (modellen) predicaatlogica bestuderen

Vandaag

- Syntax predicaatlogica een beetje preciseren
- Semantiek (modellen) predicaatlogica bestuderen
- Deductie en predicaatlogica

Syntax

- We werken altijd met een fragment a van volle predicaatenlogica

Syntax

- We werken altijd met een fragment van volle predicatenlogica (denk aan prop. logica en alleen werken met de variabelen p_0, p_1)

Syntax

- We werken altijd met een fragment van volle predicatenlogica (denk aan prop. logica en alleen werken met de variabelen p_0, p_1)
- Er zijn symbolen voor variabelen (en mogelijk ook voor constanten)

Syntax

- We werken altijd met een fragment van volle predicaatlogica (denk aan prop. logica en alleen werken met de variabelen p_0, p_1)
- Er zijn symbolen voor variabelen (en mogelijk ook voor constanten)
- Er zijn hulpsymbolen zoals haakjes en komma's

Syntax

- We werken altijd met een fragment van volle predicaatlogica (denk aan prop. logica en alleen werken met de variabelen p_0, p_1)
- Er zijn symbolen voor variabelen (en mogelijk ook voor constanten)
- Er zijn hulpsymbolen zoals haakjes en komma's
- Er zijn symbolen voor predicaten

Syntax

- We werken altijd met een fragment van volle predicaatlogica (denk aan prop. logica en alleen werken met de variabelen p_0, p_1)
- Er zijn symbolen voor variabelen (en mogelijk ook voor constanten)
- Er zijn hulpsymbolen zoals haakjes en komma's
- Er zijn symbolen voor predicaten
- Er zijn symbolen voor logische connectieven

Syntax

- We werken altijd met een fragment van volle predicaatlogica (denk aan prop. logica en alleen werken met de variabelen p_0, p_1)
- Er zijn symbolen voor variabelen (en mogelijk ook voor constanten)
- Er zijn hulpsymbolen zoals haakjes en komma's
- Er zijn symbolen voor predicaten
- Er zijn symbolen voor logische connectieven
- Er zijn symbolen voor quantoren (worden soms ook tot de connectieven gerekend)

Syntax

- We werken altijd met een fragment van volle predicaatlogica (denk aan prop. logica en alleen werken met de variabelen p_0, p_1)
- Er zijn symbolen voor variabelen (en mogelijk ook voor constanten)
- Er zijn hulpsymbolen zoals haakjes en komma's
- Er zijn symbolen voor predicaten
- Er zijn symbolen voor logische connectieven
- Er zijn symbolen voor quantoren (worden soms ook tot de connectieven gerekend)
- Gegeven een aantal predicaten, dan is de verzameling van predicaatlogische formules wederom inductief gedefinieerd

Nomenclatuur

- Vrije en gebonden variabelen

Nomenclatuur

- Vrije en gebonden variabelen
- Zinnen en formules

Nomenclatuur

- Vrije en gebonden variabelen
- Zinnen en formules
termen

Nomenclatuur

- Vrije en gebonden variabelen
- Zinnen en formules
termen
- Substitutie;

Nomenclatuur

- Vrije en gebonden variabelen
- Zinnen en formules
termen
- Substitutie; Voorbeeld: $\forall y H(x, y)[j/x]$

Nomenclatuur

- Vrije en gebonden variabelen
- Zinnen en formules
termen
- Substitutie; Voorbeeld: $\forall y H(x, y)[j/x]$
- t is vrij voor x in φ

Nomenclatuur

- Vrije en gebonden variabelen
- Zinnen en formules
termen
- Substitutie; Voorbeeld: $\forall y H(x, y)[j/x]$
- t is vrij voor x in φ ; Voorbeeld: $\exists y(x \neq y)$

Semantiek

- Voor een fragment van de predicaatenlogica kunnen we een model specificeren

Semantiek

- Voor een fragment van de predicaatlogica kunnen we een model specificeren
- Dit model bestaat uit een tweetal ingrediënten

Semantiek

- Voor een fragment van de predicaatlogica kunnen we een model specificeren
- Dit model bestaat uit een tweetal ingrediënten
 - Domein

Semantiek

- Voor een fragment van de predicaatenlogica kunnen we een model specificeren
- Dit model bestaat uit een tweetal ingrediënten
 - Domein (universum)

Semantiek

- Voor een fragment van de predicaatlogica kunnen we een model specificeren
- Dit model bestaat uit een tweetal ingrediënten
 - Domein (universum)
 - Interpretatie van de betreffende predicaatensymbolen

Semantiek

- Voor een fragment van de predicaatlogica kunnen we een model specificeren
- Dit model bestaat uit een tweetal ingrediënten
 - Domein (universum)
 - Interpretatie van de betreffende predicaatensymbolen, relaties op het domein

Semantiek

- Voor een fragment van de predicaatlogica kunnen we een model specificeren
- Dit model bestaat uit een tweetal ingrediënten
 - Domein (universum) Niet leeg!
 - Interpretatie van de betreffende predicaatensymbolen, relaties op het domein

Modellen

- In modellen geven we alle elementen uit het domein een unieke naam

Modellen

- In modellen geven we alle elementen uit het domein een unieke naam
- $\mathcal{A} \models \varphi$

Modellen

- In modellen geven we alle elementen uit het domein een unieke naam
- $\mathcal{A} \models \varphi$ (Lemma 2.4.5. uit L&S); Tarski's waarheidsdefinitie

Modellen

- In modellen geven we alle elementen uit het domein een unieke naam
- $\mathcal{A} \models \varphi$ (Lemma 2.4.5. uit L&S); Tarski's waarheidsdefinitie
- $\models \varphi$

Modellen

- In modellen geven we alle elementen uit het domein een unieke naam
- $\mathcal{A} \models \varphi$ (Lemma 2.4.5. uit L&S); Tarski's waarheidsdefinitie
- $\models \varphi$ tautologie

Modellen

- In modellen geven we alle elementen uit het domein een unieke naam
- $\mathcal{A} \models \varphi$ (Lemma 2.4.5. uit L&S); Tarski's waarheidsdefinitie
- $\models \varphi$ tautologie
- contingenties en valsheden

Identiteit

- Meestal veronderstellen we dat we identiteit (=) als predicaat hebben

Identiteit

- Meestal veronderstellen we dat we identiteit (=) als predicaat hebben
- Er is iemand die alleen van zichzelf houdt

Identiteit

- Meestal veronderstellen we dat we identiteit (=) als predicaat hebben
- Er is iemand die alleen van zichzelf houdt
- Iedereen houdt van tenminste twee mensen

Identiteit

- Meestal veronderstellen we dat we identiteit (=) als predicaat hebben
- Er is iemand die alleen van zichzelf houdt
- Iedereen houdt van tenminste twee mensen
- Wederom, semantiek

Redeneren met quantificatie

- We kunnen universele uitspraken instantiëren

Redeneren met quantificatie

- We kunnen universele uitspraken instantiëren
- Voorbeeld:

Redeneren met quantificatie

- We kunnen universele uitspraken instantiëren
- Voorbeeld: $\forall x (M(x) \rightarrow S(x))$

Redeneren met quantificatie

- We kunnen universele uitspraken instantiëren
- Voorbeeld: $\forall x (M(x) \rightarrow S(x))$
- Via een instantiatie komen we tot:

Redeneren met quantificatie

- We kunnen universele uitspraken instantiëren
- Voorbeeld: $\forall x (M(x) \rightarrow S(x))$
- Via een instantiatie komen we tot: $M(s) \rightarrow S(s)$

Redeneren met quantificatie

- We kunnen universele uitspraken instantiëren
- Voorbeeld: $\forall x (M(x) \rightarrow S(x))$
- Via een instantiatie komen we tot: $M(s) \rightarrow S(s)$
- En wegens

Redeneren met quantificatie

- We kunnen universele uitspraken instantiëren
- Voorbeeld: $\forall x (M(x) \rightarrow S(x))$
- Via een instantiatie komen we tot: $M(s) \rightarrow S(s)$
- En wegens $M(s)$

Redeneren met quantificatie

- We kunnen universele uitspraken instantiëren
- Voorbeeld: $\forall x (M(x) \rightarrow S(x))$
- Via een instantiatie komen we tot: $M(s) \rightarrow S(s)$
- En wegens $M(s)$
- krijgen we via Modus Ponens, $S(s)$

Predicatenlogica

- Aristoteles heeft een zeer beperkt deel van de predicaten logica in kaart gebracht met zijn syllogismen.

Predicatenlogica

- Aristoteles heeft een zeer beperkt deel van de predicaten logica in kaart gebracht met zijn syllogismen.
- Wij zullen een grotere en betere kaart maken

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : ,

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) ,

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) ,
introdunctie

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) ,
introdunctie (generalisatie)

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) ,
introdunctie (generalisatie)
- Existentiële kwantor

,

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) ,
introdunctie (generalisatie)
- Existentiële kwantor elimantie

,

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) ,
introdunctie (generalisatie)
- Existentiële kwantor elimantie (via een soort
assumptie) ,

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) ,
introductie (generalisatie)
- Existentiële kwantor elimantie (via een soort
assumptie) , introductie

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) ,
introductie (generalisatie)
- Existentiële kwantor elimantie (via een soort
assumptie) , introductie (wegens een instantie)

Eigenschappen kaart

- Correctheid

Eigenschappen kaart

- Correctheid
- Volledigheid

Eigenschappen kaart

- Correctheid
- Volledigheid
- Onbeslisbaarheid!

Dit college

- Belangrijkste doelstellingen van dit college

Dit college

- Belangrijkste doelstellingen van dit college
- Het kunnen modelleren van gekwantificeerde uitspraken m.b.v. eerste orde predicaten logica

Dit college

- Belangrijkste doelstellingen van dit college
- Het kunnen modelleren van gekwantificeerde uitspraken m.b.v. eerste orde predicaten logica
- Het specificeren van modellen (semantiek) voor fragmenten van eerste orde predicaten logica

Dit college

- Belangrijkste doelstellingen van dit college
- Het kunnen modelleren van gekwantificeerde uitspraken m.b.v. eerste orde predicaten logica
- Het specificeren van modellen (semantiek) voor fragmenten van eerste orde predicaten logica
- Het maken van afleidingen in natuurlijke deductie van predicaatlogische uitspraken