Logica voor Filosofen
WB1BD4052
2004-2005
Oefenversie van de tussentoets
Enkele uitwerkingen

Docent: Joost J. Joosten

December 19, 2004

In dit document worden alleen de twee nieuwsoortige opgaven beknopt uitgewerkt.

Inductie

1. Om in te zien dat Σ de verzameling

$$\{\dagger, \oplus\dagger, \Box\dagger, \oplus\oplus\dagger, \oplus\Box\dagger, \Box\oplus\dagger, \Box\Box\dagger, \ldots\}$$

is moeten we twee dingen nagaan.

Ten eerste, moeten we inzien dat alles wat in

$$\{\dagger, \oplus\dagger, \Box\dagger, \oplus\oplus\dagger, \oplus\Box\dagger, \Box\oplus\dagger, \Box\Box\dagger, \ldots\}$$

zit ook in Σ zit. Wel, $\dagger$ zit per definitie in Σ. En ieder object uit

$$\{\dagger, \oplus\dagger, \Box\dagger, \oplus\oplus\dagger, \oplus\Box\dagger, \Box\oplus\dagger, \Box\Box\dagger, \ldots\}$$

wordt gevormd door een $\oplus$ of een $\Box$ voor iets wat ook al in

$$\{\dagger, \oplus\dagger, \Box\dagger, \oplus\oplus\dagger, \oplus\Box\dagger, \Box\oplus\dagger, \Box\Box\dagger, \ldots\}$$

zit. En de definitie van Σ zegt nu precies dat Σ gesloten is onder de operaties "$\oplus$ ervoor zetten" en "$\Box$ ervoor zetten".

Ten tweede, moeten we inzien dat Σ niet meer elementen bevat dan in

$$\{\dagger, \oplus\dagger, \Box\dagger, \oplus\oplus\dagger, \oplus\Box\dagger, \Box\oplus\dagger, \Box\Box\dagger, \ldots\}$$

zitten. Maar het feit dat Σ *inductief* is gedefinieerd wil precies zeggen dat we de *kleinste* verzameling beschouwen waar $\dagger$ in zit en die gesloten is onder de operaties "$\oplus$ ervoor zetten" en "$\Box$ ervoor zetten".

2. Het corresponderende inductieprincipe wordt gegeven door

$$P(\dagger) \;\; \& \;\; \forall\, x{\in}\Sigma(P(x) \Rightarrow P(\oplus x)\&P(\Box x)) \Rightarrow \forall x \; P(x)$$

Correcthied

We laten telkens zien dat de formule ψ onder beschouwing niet bewijsbaar is, door een valuatie v te geven zo dat $v(\varphi) = 0$. Wat we hier weglaten is een klein stukje berekening dat de valuatie inderdaad de formule onwaar maakt. Zo'n beknopte berekening moet je wel weergeven bij het maken van de tussentoets.

1. $v(p_0) = 0$
2. $v(p_0) = 0$ en $v(p_1) = 0$ is goed, maar $v(p_0) = 0$ en $v(p_1) = 1$ is ook goed.
3. $v(p_0) = 1$ en $v(p_1) = 0$
4. $v(p_0) = 0$ en $v(p_1) = 0$