Logica voor Filosofen
WB1BD4052
2004-2005
Oefenversie van de tussentoets

Docent: Joost J. Joosten

December 19, 2004

1 Waarheidstafels

Geef de waarheidstafel van $\neg(\neg p_0 \wedge \neg p_1) \rightarrow p_0 \vee p_1$.

2 Natuurlijke deductie

1. Geef een bewijs met natuurlijke deductie van $\neg(\varphi \vee \psi) \rightarrow \neg\varphi$.
2. Geef een bewijs met natuurlijke deductie van $\neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi) \rightarrow \varphi \vee \psi$

3 Inductie

De verzameling Σ is inductief als volgt gedefinieerd.

- $\dagger \in \Sigma$
- Als $x \in \Sigma$, dan $\oplus x \in \Sigma$ en ook $\Box x \in \Sigma$

1. Beredeneer informeel dat Σ de volgende verzameling is.

$$\{\dagger, \oplus\dagger, \Box\dagger, \oplus\oplus\dagger, \oplus\Box\dagger, \Box\oplus\dagger, \Box\Box\dagger, \ldots\}$$

2. De verzameling Σ is inductief gedefinieerd, dus Σ heeft een corresponderend inductie principe. Met dit principe kunnen we universele uitspraken over Σ bewijzen. D.w.z., uitspraken van de vorm $\forall\, \varphi{\in}\Sigma\ P(\varphi)$. Hier is P eem één of andere eigenschap. Formuleer het inductieprincipe voor Σ.

4 Constructies op bewijzen

Laat zien, dat als $\vdash (\varphi \vee \neg\varphi) \to \psi$, dat dan ook $\vdash \psi$.

5 Natuurlijke deductie en volledige inductie

1. Geef een bewijs voor de formule $(A_0 \vee A_1) \wedge (A_0 \to B) \wedge (A_1 \to B) \to B$.
2. Geef een bewijs voor de formule
$$(A_0 \vee A_1) \wedge (A_0 \to \neg\neg B) \wedge (A_1 \to \neg\neg B) \to B.$$
3. Bewijs dat $\forall n \ \vdash (A_0 \vee \ldots \vee A_n) \wedge (A_0 \to \neg\neg B) \wedge \ldots \wedge (A_n \to \neg\neg B) \to B$. Hier bedoelen we met $\forall n$ de zinsnede "Voor elk natuurlijk getal n".

6 Correctheid

Laat zien dat de volgende formules niet bewijsbaar zijn met natuurlijke deductie.

1. p_0
2. $(p_0 \to p_1) \to p_0 \wedge p_1$
3. $p_0 \wedge \neg p_1 \to \neg p_0 \vee p_1$
4. $p_0 \vee \neg p_1 \to p_0$