Logica voor Filosofen
WB1BD4052
2004-2005
Meer Oefenopgaven
Week 3

December 6, 2004

Valuaties

We hebben in het colllege gezien hoe een valuatie iets kan zeggen over formules. Want, in eerste instantie zeggen valuaties iets over propositievariabelen. Met behulp van een definitie kunnen we zorgen dat valuaties ook voor formules zijn gedefinieerd. Deze definitie is niet helemaal vrij. Beter gezegd, deze definitie is helemaal niet vrij. Hij moet namelijk precies de berekening van de waarheidstabellen weergeven, waar wij ons met zo veel moeite op hebben vastgelegd.

1. We hebben in college de definitie van $v(\varphi \wedge \psi)$ gegeven als zijnde $v(\varphi) \cdot v(\psi)$. Geef gelijksoorige definities voor de andere connectieven.

2. Zij v gegeven zo dat $v(p) = v(q) = 1$ en $v(r) = 0$. Bereken

   (a) $v(\neg p \vee q \rightarrow q \wedge p)$.

   (b) $v(p \rightarrow ((p \rightarrow \bot) \rightarrow \bot))$

   (c) $v(p \rightarrow (\neg p \rightarrow q))$

   (d) $v(p \vee \neg p)$

   (e) $v(p \vee q \rightarrow (p \rightarrow \neg q))$

   (f) $v((p \rightarrow (q \vee r)) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p \vee r))$

   (g) $v((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg q))$

   (h) $v((p \wedge (q \vee r)) \leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r)))$

   (i) $v((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p))$

   (j) $v((p \rightarrow (q \vee r)) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p \vee r))$

3. Welke van de twee volgende uitspraken is waar?

$$\models \psi \Leftrightarrow \bot \models \psi$$

$$\models \psi \Leftrightarrow \top \models \psi$$

Geef een bewijs.

4. Bedenk een voorbeeld van een verzameling formules Γ en een formule φ, zo dat Γ drie formules bevat, en dat $\Gamma \models \varphi$. Bovendien moet het zo zijn dat het niet zo is dat $\Gamma' \models \varphi$ voor welke $\Gamma' \subset \Gamma$ dan ook. Geef een bewijs dat $\Gamma \models \varphi$.