

Logica 1

Enkele definitie's

Kripke Semantiek Een Kripke model voor de propositielogica bestaat uit vier zaken die we in een viertupel stoppen. De ingrediënten zijn een niet lege eindige verzameling punten K die we ook wel de *mogelijke werelden* of *knopen* noemen. In ieder Kripke-model zit altijd de zogeheten *wortel* of de *onderste knoop* k_0 . Er bestaat een *toegankelijkheidsrelatie* tussen de knopen welke zegt van welke mogelijke wereld we naar welke andere mogelijke wereld kunnen gaan. De onderste knoop is ten opzichte van deze relatie ook inderdaad een onderste knoop in de zin dat vanuit k_0 iedere andere wereld kan worden bereikt. De toegankelijkheids relatie moet bovendien reflexief zijn en transitief. In de formele definitie zullen we precies zeggen wat dit is. Verder is er een relatie \Vdash die zegt welke formules er in het model “waar” zijn. Deze relatie moet aan een aantal eigenschappen voldoen die vanuit de B.H.K. interpretatie goed zijn te verklaren. (Zie Ls. 5.3.) Formeel opgeschreven en alle eigenschappen goed uitgespeld ziet het er als volgt uit. Een kripke model \mathcal{K} is een viertupel

$$\mathcal{K} := \langle K, \leq, \Vdash, k_0 \rangle$$

zó dat K niet leeg is en:

$$k_0 \in K$$

$$k_0 \leq k \text{ voor alle } k \text{ in } K \quad (k_0 \text{ is de onderste knoop})$$

$$k \leq k \text{ voor alle } k \text{ in } K \quad (\leq \text{ is reflexief})$$

$$\text{Als } k \leq k' \text{ én } k' \leq k'' \text{ dan } k \leq k'' \quad (\leq \text{ is transitief})$$

$$k \not\Vdash \perp \text{ voor alle } k \text{ in } K$$

$$k \Vdash A \wedge B \quad \Leftrightarrow k \Vdash A \text{ én } k \Vdash B$$

$$k \Vdash A \vee B \quad \Leftrightarrow k \Vdash A \text{ of } k \Vdash B$$

$$k \Vdash A \rightarrow B \quad \Leftrightarrow \text{Voor alle } k' \text{ met } k \leq k' \\ (\text{als } k' \Vdash A \text{ dan } k' \Vdash B)$$

$$k \Vdash A \text{ en } k \leq k' \Rightarrow k' \Vdash A$$