

Logica voor Filosofen
WB1BA4052
2004-2005
Oefenopgaven
Week 1 & 2

Docent: dr(s) Joost J. Joosten

November 30, 2004

Natuurlijke deductie

Geef bewijzen met natuurlijke deductie van de volgende formules.

1. $(\varphi \wedge \psi \rightarrow \sigma) \rightarrow (\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \sigma))$
2. $(\varphi \wedge \psi \rightarrow \sigma) \rightarrow (\psi \rightarrow (\varphi \rightarrow \sigma))$
3. $(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\varphi \wedge \chi \rightarrow \psi)$
4. $\varphi \vee \psi \rightarrow \varphi \vee (\varphi \vee \psi)$
5. $\varphi \vee (\varphi \vee \psi) \rightarrow \varphi \vee \psi$
6. $\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \varphi \wedge \psi)$
7. $\varphi \wedge \psi \rightarrow \psi \wedge \varphi$
8. $(\varphi \wedge \psi) \vee \varphi \rightarrow \varphi$
9. $\varphi \rightarrow (\varphi \wedge \psi) \vee \varphi$
10. $(\varphi \rightarrow (\psi \wedge \chi)) \rightarrow (\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\varphi \rightarrow \chi)$
11. $(\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\varphi \rightarrow \chi) \rightarrow (\varphi \rightarrow (\psi \wedge \chi))$
12. $(\varphi \vee \psi \rightarrow \chi) \rightarrow ((\varphi \rightarrow \chi) \wedge (\psi \rightarrow \chi))$
13. $(\varphi \vee \psi) \wedge (\psi \rightarrow \varphi) \rightarrow \varphi$
14. $(\varphi \rightarrow \chi) \wedge (\psi \rightarrow \chi) \rightarrow (\varphi \vee \psi \rightarrow \chi)$

Discussie-opdracht: in hoeverre kun je verwachten dat een “kaart voor redeneren” in concrete situaties hulp kan bieden. Is het noodzakelijkerwijs zo dat iedereen dezelfde kaart hanteert?

Semantiek

(A) Laat zien dat al de bewijsbare formules van de oefenopgaven van Week 1 ook tautologiën zijn.

(B) Bepaal van de volgende formules of het tautologiën zijn of niet.

1. $p \rightarrow ((p \rightarrow \perp) \rightarrow \perp)$

2. $p \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$

3. $p \vee \neg p$

4. $\neg p \vee \neg\neg p$

5. $p \vee q \rightarrow (p \rightarrow \neg q)$

6. $p \vee q \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$

7. $(p \rightarrow (q \vee r)) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p \vee r)$

8. $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg q)$

9. $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$

10. $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$

11. $(p \wedge (q \vee r)) \leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$

Meer natuurlijke deductie

Laat zien dat alle tautologiën uit onderdeel (B) hierboven ook bewijsbaar zijn.