

Logica 1

Joost J. Joosten

Universiteit Utrecht
(sub)faculteit der Wijsbegeerte

Heidelberglaan 8

3584 CS Utrecht

Kamer 158, 030-2535579

jjoosten@phil.uu.nl

www.phil.uu.nl/~jjoosten (hier moet een tilde bij)

2005

- De beste wensen voor het nieuwe jaar

2005

- De beste wensen voor het nieuwe jaar
- Waar gaan we in het nieuwe jaar naar toe?

Vandaag

- Positiebepaling: waar staan we?

Vandaag

- Positiebepaling: waar staan we?
- Afronden propositie logica

Vandaag

- Positiebepaling: waar staan we?
- Afronden propositie logica
- Introductie predicatenlogica

Waar staan we?

- Missie (beginnen met proposities (compositionality + bepaaldheid))

Waar staan we?

- Missie (beginnen met proposities (compositionality + bepaaldheid))
- Redeneren gemodelleerd via natuurlijke deductie $\vdash \varphi$

Waar staan we?

- Missie (beginnen met proposities (compositionality + bepaaldheid))
- Redeneren gemodelleerd via natuurlijke deductie $\vdash \varphi$
- Structurele eigenschappen van waarheid gemodelleerd via waarheidstabellen $\models \varphi$

Waar staan we?

- Missie (beginnen met proposities (compositionality + bepaaldheid))
- Redeneren gemodelleerd via natuurlijke deductie $\vdash \varphi$
- Structurele eigenschappen van waarheid gemodelleerd via waarheidstabellen (en ook via valuaties) $\models \varphi$

Waar staan we?

- Missie (beginnen met proposities (compositionality + bepaaldheid))
- Redeneren gemodelleerd via natuurlijke deductie $\vdash \varphi$
- Structurele eigenschappen van waarheid gemodelleerd via waarheidstabellen (en ook via valuaties) $\models \varphi$
- Correctheidsstelling

Waar staan we?

- Missie (beginnen met proposities (compositionality + bepaaldheid))
- Redeneren gemodelleerd via natuurlijke deductie $\vdash \varphi$
- Structurele eigenschappen van waarheid gemodelleerd via waarheidstabellen (en ook via valuaties) $\models \varphi$
- Correctheidsstelling
- Gevolgen van de correctheidsstelling:

Waar staan we?

- Missie (beginnen met proposities (compositionality + bepaaldheid))
- Redeneren gemodelleerd via natuurlijke deductie $\vdash \varphi$
- Structurele eigenschappen van waarheid gemodelleerd via waarheidstabellen (en ook via valuaties) $\models \varphi$
- Correctheidsstelling
- Gevolgen van de correctheidsstelling:
 $\not\vdash \varphi$

Propositielogica

- Volledigheidsstelling (geen bewijs)

Propositielogica

- Volledigheidsstelling (geen bewijs)
- Dus, afleidbaarheid (\vdash) valt samen met semantische gevolgtrekking (\models)

Propositielogica

- Volledigheidsstelling (geen bewijs)
- Dus, afleidbaarheid (\vdash) valt samen met semantische gevolgtrekking (\models)
- Afleidbaarheid is beslisbaar

Propositielogica

- Volledigheidsstelling (geen bewijs)
- Dus, afleidbaarheid (\vdash) valt samen met semantische gevolgtrekking (\models)
- Afleidbaarheid is beslisbaar
- Waarheidstabellen zijn simpel, maar lang (pinpas)

Beperkingen propositielogica

- Alle mensen zijn sterfelijk, Socrates is een mens, dus Socrates is sterfelijk.

Beperkingen propositielogica

- Alle mensen zijn sterfelijk, Socrates is een mens, dus Socrates is sterfelijk.
- $\varphi \wedge \psi \rightarrow \sigma$

Quantificatie en predicaten

- Socrates is een mens

Quantificatie en predicaten

- Socrates is een mens $M(s)$

Quantificatie en predicaten

- Socrates is een mens $M(s)$
- Predicaten en objecten

Redeneren met quantificatie

- We kunnen universele uitspraken instantiëren

Redeneren met quantificatie

- We kunnen universele uitspraken instantiëren
- Voorbeeld:

Redeneren met quantificatie

- We kunnen universele uitspraken instantiëren
- Voorbeeld: $\forall x (M(x) \rightarrow S(x))$

Redeneren met quantificatie

- We kunnen universele uitspraken instantiëren
- Voorbeeld: $\forall x (M(x) \rightarrow S(x))$
- Via een instantiatie komen we tot:

Redeneren met quantificatie

- We kunnen universele uitspraken instantiëren
- Voorbeeld: $\forall x (M(x) \rightarrow S(x))$
- Via een instantiatie komen we tot: $M(s) \rightarrow S(s)$

Redeneren met quantificatie

- We kunnen universele uitspraken instantiëren
- Voorbeeld: $\forall x (M(x) \rightarrow S(x))$
- Via een instantiatie komen we tot: $M(s) \rightarrow S(s)$
- En wegens

Redeneren met quantificatie

- We kunnen universele uitspraken instantiëren
- Voorbeeld: $\forall x (M(x) \rightarrow S(x))$
- Via een instantiatie komen we tot: $M(s) \rightarrow S(s)$
- En wegens $M(s)$

Redeneren met quantificatie

- We kunnen universele uitspraken instantiëren
- Voorbeeld: $\forall x (M(x) \rightarrow S(x))$
- Via een instantiatie komen we tot: $M(s) \rightarrow S(s)$
- En wegens $M(s)$
- krijgen we via Modus Ponens, $S(s)$

Predicatenlogica

- Aristoteles heeft een zeer beperkt deel van de predicaten logica in kaart gebracht met zijn syllogismen.

Predicatenlogica

- Aristoteles heeft een zeer beperkt deel van de predicaten logica in kaart gebracht met zijn syllogismen.
- Wij zullen een grotere en betere kaart maken

Predicatenlogica

- Aristoteles heeft een zeer beperkt deel van de predicaten logica in kaart gebracht met zijn syllogismen.
- Wij zullen een grotere en betere kaart maken
- Hiertoe zullen we eerst heel erg nauwkeurig onze taal specificeren

Predicatenlogica

- We quantificeren alleen over objecten

Predicatenlogica

- We quantificeren alleen over objecten
- Dit ligt besloten in de term *eerste orde logica*

Predicatenlogica

- We quantificeren alleen over objecten
- Dit ligt besloten in de term *eerste orde logica*
- We kunnen dus uitspraken als
 Ieder object heeft een eigenschap
NIET uitdrukken in eerste orde logica!

Predicatenlogica

- We quantificeren alleen over objecten
- Dit ligt besloten in de term *eerste orde logica*
- We kunnen dus uitspraken als
 Ieder object heeft een eigenschap
NIET uitdrukken in eerste orde logica!
- $\forall x \exists P P(x)$

Predicatenlogica

- We quantificeren alleen over objecten
- Dit ligt besloten in de term *eerste orde logica*
- We kunnen dus uitspraken als
 Ieder object heeft een eigenschap
NIET uitdrukken in eerste orde logica!
- $\forall x \exists P P(x)$
- Tweede orde (en hogere orde) logica

Predicaten logica

- Definitie: Taal en formules van predicaten logica (wij zullen zonder functies werken)

Predicaten logica

- Definitie: Taal en formules van predicaten logica (wij zullen zonder functies werken)
- Voor later: hoe kunnen we redeneren in kaart brengen?

Predicaten logica

- Definitie: Taal en formules van predicaten logica (wij zullen zonder functies werken)
- Voor later: hoe kunnen we redeneren in kaart brengen?
- Voor nu: uitdrukkingskracht van predicatenlogica verkennen

Vertalingen

- Kies een vertaalsleutel $H(x, y)$ voor x houdt van y

Vertalingen

- Kies een vertaalsleutel $H(x, y)$ voor x houdt van y
- Er is iemand die van iedereen houdt

Vertalingen

- Kies een vertaalsleutel $H(x, y)$ voor x houdt van y
- Er is iemand die van iedereen houdt Haleluja!

Vertalingen

- Kies een vertaalsleutel $H(x, y)$ voor x houdt van y
- Er is iemand die van iedereen houdt Haleluja!
- Iedereen houdt van iedereen

Vertalingen

- Kies een vertaalsleutel $H(x, y)$ voor x houdt van y
- Er is iemand die van iedereen houdt Haleluja!
- Iedereen houdt van iedereen
- Iedereen houdt van zichzelf

Vertalingen

- Kies een vertaalsleutel $H(x, y)$ voor x houdt van y
- Er is iemand die van iedereen houdt Haleluja!
- Iedereen houdt van iedereen
- Iedereen houdt van zichzelf
- Er is iemand die van niemand houdt

Vertalingen

- Kies een vertaalsleutel $H(x, y)$ voor x houdt van y
- Er is iemand die van iedereen houdt Haleluja!
- Iedereen houdt van iedereen
- Iedereen houdt van zichzelf
- Er is iemand die van niemand houdt
- Waarheid is afhankelijk van de *interpretatie*

Vertalingen

- Kies een vertaalsleutel $H(x, y)$ voor x houdt van y
- Er is iemand die van iedereen houdt Haleluja!
- Iedereen houdt van iedereen
- Iedereen houdt van zichzelf
- Er is iemand die van niemand houdt
- Waarheid is afhankelijk van de *interpretatie* (contingenties)

Semantiek

- Voor een fragment van de predicaatenlogica kunnen we een model specificeren

Semantiek

- Voor een fragment van de predicaatlogica kunnen we een model specificeren
- Dit model bestaat uit een tweetal ingrediënten

Semantiek

- Voor een fragment van de predicaatenlogica kunnen we een model specificeren
- Dit model bestaat uit een tweetal ingrediënten
 - Domein

Semantiek

- Voor een fragment van de predicaatlogica kunnen we een model specificeren
- Dit model bestaat uit een tweetal ingrediënten
 - Domein (universum)

Semantiek

- Voor een fragment van de predicaatlogica kunnen we een model specificeren
- Dit model bestaat uit een tweetal ingrediënten
 - Domein (universum)
 - Interpretatie van de betreffende predicaatensymbolen

Semantiek

- Voor een fragment van de predicaatlogica kunnen we een model specificeren
- Dit model bestaat uit een tweetal ingrediënten
 - Domein (universum)
 - Interpretatie van de betreffende predicaatensymbolen, relaties op het domein

Semantiek

- We beschouwen verschillende modellen voor onze eerder voorbeelden

Semantiek

- We beschouwen verschillende modellen voor onze eerder voorbeelden
- Er is iemand die van iedereen houdt

Semantiek

- We beschouwen verschillende modellen voor onze eerder voorbeelden
- Er is iemand die van iedereen houdt Haleluja!

Semantiek

- We beschouwen verschillende modellen voor onze eerder voorbeelden
- Er is iemand die van iedereen houdt Haleluja!
- Iedereen houdt van iedereen

Semantiek

- We beschouwen verschillende modellen voor onze eerder voorbeelden
- Er is iemand die van iedereen houdt Haleluja!
- Iedereen houdt van iedereen
- Iedereen houdt van zichzelf

Semantiek

- We beschouwen verschillende modellen voor onze eerder voorbeelden
- Er is iemand die van iedereen houdt Haleluja!
- Iedereen houdt van iedereen
- Iedereen houdt van zichzelf
- Er is iemand die van niemand houdt

Identiteit

- Meestal veronderstellen we dat we identiteit (=) als predicaat hebben

Identiteit

- Meestal veronderstellen we dat we identiteit (=) als predicaat hebben
- Er is iemand die alleen van zichzelf houdt

Identiteit

- Meestal veronderstellen we dat we identiteit (=) als predicaat hebben
- Er is iemand die alleen van zichzelf houdt
- Iedereen houdt van tenminste twee mensen

Identiteit

- Meestal veronderstellen we dat we identiteit (=) als predicaat hebben
- Er is iemand die alleen van zichzelf houdt
- Iedereen houdt van tenminste twee mensen
- Wederom, semantiek

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor :

,

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie

,

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) ,

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) ,
introdunctie

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) ,
introdunctie (generalisatie)

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) ,
introdunctie (generalisatie)
- Existentiële kwantor

,

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) ,
introdunctie (generalisatie)
- Existentiële kwantor elimantie

,

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) ,
introdunctie (generalisatie)
- Existentiële kwantor elimantie (via een soort
assumptie) ,

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) ,
introductie (generalisatie)
- Existentiële kwantor elimantie (via een soort
assumptie) , introductie

Redeneren met quantoren

- Universele kwantor : elimantie (instantiatie) ,
introductie (generalisatie)
- Existentiële kwantor elimantie (via een soort
assumptie) , introductie (wegens een instantie)

Dit college

- Belangrijkste doelstellingen van dit college

Dit college

- Belangrijkste doelstellingen van dit college
- Het kunnen modelleren van gekwantificeerde uitspraken m.b.v. eerste orde predicaten logica

Dit college

- Belangrijkste doelstellingen van dit college
- Het kunnen modelleren van gekwantificeerde uitspraken m.b.v. eerste orde predicaten logica
- Het specificeren van modellen (semantiek) voor fragmenten van eerste orde predicaten logica

Dit college

- Belangrijkste doelstellingen van dit college
- Het kunnen modelleren van gekwantificeerde uitspraken m.b.v. eerste orde predicaten logica
- Het specificeren van modellen (semantiek) voor fragmenten van eerste orde predicaten logica
- Het maken van afleidingen in natuurlijke deductie van predicaatlogische uitspraken