Voortgezette Logica, Week 8

Joost J. Joosten

Universiteit Utrecht

(sub)faculteit der Wijsbegeerte

Heidelberglaan 8

3584 CS Utrecht

Kamer 164, 030-2535575

jjoosten@phil.uu.nl

www.phil.uu.nl/∼jjoosten

Hoe nu verder?

- Proto essay referee-en

Hoe nu verder?

- Proto essay referee-en
- Neem donderdag ("aanwezigheidsplicht") mee, geprinte versies van:

Hoe nu verder?

- Proto essay referee-en
- Neem donderdag ("aanwezigheidsplicht") mee, geprinte versies van:
- Je eigen Proto-essay

Hoe nu verder?

- Proto essay referee-en
- Neem donderdag ("aanwezigheidsplicht") mee, geprinte versies van:
- Je eigen Proto-essay
- je twee commentaren op andermans proto-essay

Hoe nu verder?

- Proto essay referee-en
- Neem donderdag ("aanwezigheidsplicht") mee, geprinte versies van:
- Je eigen Proto-essay
- je twee commentaren op andermans proto-essay
- indien je dat (op tijd) hebt ontvangen, commentaren op je eigen proto-essay

Modale logica, afleidingen

- We zullen later een link van modale logica naar Gödel 2 zien!

Modale logica, afleidingen

- We zullen later een link van modale logica naar Gödel 2 zien!
- Bewijzen in ND kunnen nogal uit de hand lopen

Modale logica, afleidingen

- We zullen later een link van modale logica naar Gödel 2 zien!
- Bewijzen in ND kunnen nogal uit de hand lopen
- In de reader worden (formeel) informele bewijzen beschouwd.

Modale logica, afleidingen

- We zullen later een link van modale logica naar Gödel 2 zien!
- Bewijzen in ND kunnen nogal uit de hand lopen
- In de reader worden (formeel) informele bewijzen beschouwd.
- Bv (zie reader) $\Box(A \wedge B) \to \Box B$

Modale logica, afleidingen

- We zullen later een link van modale logica naar Gödel 2 zien!
- Bewijzen in ND kunnen nogal uit de hand lopen
- In de reader worden (formeel) informele bewijzen beschouwd.
- Bv (zie reader) $\Box(A \wedge B) \rightarrow \Box B$
- Geen propositioneel gezever

(Formeel) Informele afleidingen

- In de reader: noemen wel:

(Formeel) Informele afleidingen

- In de reader: noemen wel:
- Nec

(Formeel) Informele afleidingen

- In de reader: noemen wel:
- Nec
- axiomas modale systemen

(Formeel) Informele afleidingen

- In de reader: noemen wel:
- Nec
- axiomas modale systemen
- Definitie $\Diamond$

(Formeel) Informele afleidingen

- In de reader: noemen wel:
- Nec
- axiomas modale systemen
- Definitie $\Diamond$
- Substitueren van equivalenten

(Formeel) Informele afleidingen

- In de reader: noemen wel:
- Nec
- axiomas modale systemen
- Definitie $\Diamond$
- Substitueren van equivalenten
- Hypothesen, en afhankelijkheid van hypothesen

Substitutie

- Bij substitutieregel wordt gezegd welke substitutie er is gedaan

Substitutie

- Bij substitutieregel wordt gezegd welke substitutie er is gedaan
- Voorbeeld: $\neg\Diamond\Diamond\neg A \leftrightarrow \Box\Box A$

Substitutie

- Bij substitutieregel wordt gezegd welke substitutie er is gedaan
- Voorbeeld: $\neg\Diamond\Diamond\neg A \leftrightarrow \Box\Box A$
- Beginnend met $\Box\Box A \leftrightarrow \Box\Box A$

Dualiteiten

- $\Diamond$ mogen we vervangen door $\neg\Box\neg$

Dualiteiten

- $\Diamond$ mogen(moeten) we vervangen door $\neg\Box\neg$

Dualiteiten

- $\Diamond$ mogen(moeten) we vervangen door $\neg\Box\neg$
- We gaan ook direct $\Box\neg$, $\neg\Box$, etc direct vervangen

Dualiteiten

- $\Diamond$ mogen(moeten) we vervangen door $\neg\Box\neg$
- We gaan ook direct $\Box\neg$, $\neg\Box$, etc direct vervangen
- Voorbeeld: $\neg\Diamond\Box\varphi \vdash \Box\Diamond\neg\varphi$

Dualiteiten

- $\Diamond$ mogen(moeten) we vervangen door $\neg\Box\neg$
- We gaan ook direct $\Box\neg$, $\neg\Box$, etc direct vervangen
- Voorbeeld: $\neg\Diamond\Box\varphi \vdash \Box\Diamond\neg\varphi$
- Aannames worden onderstreept

Dualiteiten

- $\Diamond$ mogen(moeten) we vervangen door $\neg\Box\neg$
- We gaan ook direct $\Box\neg$, $\neg\Box$, etc direct vervangen
- Voorbeeld: $\neg\Diamond\Box\varphi \vdash \Box\Diamond\neg\varphi$
- Aannames worden onderstreept
- en ook regels die van aannames afhangen

De gulden middenweg?

- Voorbeeld: $\Box(A \wedge B) \to \Box A \wedge \Box B$

De gulden middenweg?

- Voorbeeld: $\Box(A \wedge B) \rightarrow \Box A \wedge \Box B$
- We nemen, Nec en $Distr$ vaak samen

De gulden middenweg?

- Voorbeeld: $\Box(A \wedge B) \to \Box A \wedge \Box B$
- We nemen, Nec en $Distr$ vaak samen
- Voorbeeld: $\Diamond A \wedge \Box(A \to \Box A) \to \Diamond\Box A$

De gulden middenweg?

- Voorbeeld: $\Box(A \wedge B) \rightarrow \Box A \wedge \Box B$
- We nemen, Nec en $Distr$ vaak samen
- Voorbeeld: $\Diamond A \wedge \Box(A \rightarrow \Box A) \rightarrow \Diamond\Box A$
- Wat een ellende...

Volwassen aanpak, echt informeel

- Voorbeeld: $\Diamond A \wedge \Box(A \to \Box A) \to \Diamond\Box A$

Volwassen aanpak, echt informeel

- Voorbeeld: $\Diamond A \wedge \Box(A \to \Box A) \to \Diamond\Box A$
- Heeft de structuur van natuurlijke deductie met gebruik van veel lemmata

Volwassen aanpak, echt informeel

- Voorbeeld: $\Diamond A \land \Box(A \to \Box A) \to \Diamond\Box A$
- Heeft de structuur van natuurlijke deductie met gebruik van veel lemmata
- We noemen de zogeheten *informele afleidingen* uit de reader van nu af aan *formeel informele afleidingen* en onze eigen free-style duiden we van nu af aan aan met *informele afleidingen*

Volwassen aanpak, echt informeel

- Voorbeeld: $\Diamond A \wedge \Box(A \to \Box A) \to \Diamond\Box A$
- Heeft de structuur van natuurlijke deductie met gebruik van veel lemmata
- We noemen de zogeheten *informele afleidingen* uit de reader van nu af aan *formeel informele afleidingen* en onze eigen free-style duiden we van nu af aan aan met *informele afleidingen*
- Dit is onze standaard!

Uitbreidingen van K

- D

Uitbreidingen van K

- D
- T

Uitbreidingen van K

- D
- T
- B

Uitbreidingen van K

- D
- T
- B
- 4

Uitbreidingen van K

- D
- T
- B
- 4
- 5

Uitbreidingen van K

- D
- T
- B
- 4
- 5
- Systematische naam

Uitbreidingen van K

- D
- T
- B
- 4
- 5
- Systematische naam
- Traditionele naam

Voorbeelden

- $KT \vdash D$

Voorbeelden

- $KT \vdash D$
- $KD \vdash \Diamond\top$

Voorbeelden

- $KT \vdash D$
- $KD \vdash \Diamond\top$
- $\Diamond A \vdash_{S5} \Diamond\Box\Diamond A$

Framecorrespondenties

- Eigenschappen van relaties: reflexief, symmetrisch, transitief, voortzettend (serial), Euclidisch ($xRy, z \rightarrow yRz$)

Framecorrespondenties

- Eigenschappen van relaties: reflexief, symmetrisch, transitief, voortzettend (serial), Euclidisch ($xRy, z \rightarrow yRz$)
- Correspondenties :

Framecorrespondenties

- Eigenschappen van relaties: reflexief, symmetrisch, transitief, voortzettend (serial), Euclidisch ($xRy, z \to yRz$)
- Correspondenties :
- T: reflexief

Framecorrespondenties

- Eigenschappen van relaties: reflexief, symmetrisch, transitief, voortzettend (serial), Euclidisch ($xRy, z \to yRz$)
- Correspondenties :
- T: reflexief
- 4: transitief

Framecorrespondenties

- Eigenschappen van relaties: reflexief, symmetrisch, transitief, voortzettend (serial), Euclidisch ($xRy, z \to yRz$)
- Correspondenties :
- T: reflexief
- 4: transitief
- B: symmetrisch

Framecorrespondenties

- Eigenschappen van relaties: reflexief, symmetrisch, transitief, voortzettend (serial), Euclidisch ($xRy, z \to yRz$)
- Correspondenties :
- T: reflexief
- 4: transitief
- B: symmetrisch
- D: voortgezet

Framecorrespondenties

- Eigenschappen van relaties: reflexief, symmetrisch, transitief, voortzettend (serial), Euclidisch ($xRy, z \to yRz$)
- Correspondenties (sterk: volledigheid) :
- T: reflexief
- 4: transitief
- B: symmetrisch
- D: voortgezet
- 5: Euclidisch

Toepassingen

- Onze modale logica geeft duidelijkheid bij redeneringen waar modaliteiten voorkomen.

Toepassingen

- Onze modale logica geeft duidelijkheid bij redeneringen waar modaliteiten voorkomen.
- Voorbeeld: Godsbewijs Alvin Cornelius Plantinga

Toepassingen

- Onze modale logica geeft duidelijkheid bij redeneringen waar modaliteiten voorkomen.
- Voorbeeld: Godsbewijs Alvin Cornelius Plantinga
- Een DOG bestaat mogelijk (immers, wij kunnen het denken?)

Toepassingen

- Onze modale logica geeft duidelijkheid bij redeneringen waar modaliteiten voorkomen.
- Voorbeeld: Godsbewijs Alvin Cornelius Plantinga
- Een DOG bestaat mogelijk (immers, wij kunnen het denken?)
- Het is noodzakelijk zo dat als een DOG bestaat, dan ook noodzakelijk zo (immers het kan onmogelijk groter)

Toepassingen

- Onze modale logica geeft duidelijkheid bij redeneringen waar modaliteiten voorkomen.
- Voorbeeld: Godsbewijs Alvin Cornelius Plantinga
- Een DOG bestaat mogelijk (immers, wij kunnen het denken?)
- Het is noodzakelijk zo dat als een DOG bestaat, dan ook noodzakelijk zo (immers het kan onmogelijk groter)
- Hier uit volgt dat een DOG bestaat

Toepassingen

- Onze modale logica geeft duidelijkheid bij redeneringen waar modaliteiten voorkomen.
- Voorbeeld: Godsbewijs Alvin Cornelius Plantinga
- Een DOG bestaat mogelijk (immers, wij kunnen het denken?)
- Het is noodzakelijk zo dat als een DOG bestaat, dan ook noodzakelijk zo (immers het kan onmogelijk groter)
- Hier uit volgt dat een DOG bestaat
- Haleluja

Mathematische toepassingen

- Je kunt de $\Box$ lezen als ‘bewijsbaar in bv PA’

Mathematische toepassingen

- Je kunt de $\Box$ lezen als ‘bewijsbaar in bv PA’
- K is geldig onder deze lezing

Mathematische toepassingen

- Je kunt de $\Box$ lezen als 'bewijsbaar in bv PA'
- K is geldig onder deze lezing
- Ook $K4$

Mathematische toepassingen

- Je kunt de $\Box$ lezen als ‘bewijsbaar in bv PA’
- K is geldig onder deze lezing
- Ook $K4$
- Met de fixed-point stelling hebben we

$$\text{Als } \Box A \to A, \text{ dan } \; A$$

Mathematische toepassingen

- Je kunt de $\Box$ lezen als 'bewijsbaar in bv PA'
- K is geldig onder deze lezing
- Ook $K4$
- Met de fixed-point stelling hebben we

$$\text{Als } \Box A \to A, \text{ dan } A$$

- Bewijs: als deze zin waar is, dan bestaat Sinterklaas

Mathematische toepassingen

- Je kunt de $\Box$ lezen als 'bewijsbaar in bv PA'
- K is geldig onder deze lezing
- Ook $K4$
- Met de fixed-point stelling hebben we

$$\text{Als } \Box A \to A, \text{ dan } A$$

- Bewijs: als deze zin waar is, dan bestaat Sinterklaas
- Neem nu A gelijk aan $\bot$ en we hebben Goedel 2

Mathematische toepassingen

- Je kunt de $\Box$ lezen als 'bewijsbaar in bv PA'
- K is geldig onder deze lezing
- Ook $K4$
- Met de fixed-point stelling hebben we

$$\text{Als } \Box A \to A, \text{ dan } A$$

- Bewijs: als deze zin waar is, dan bestaat Sinterklaas
- Neem nu A gelijk aan $\perp$ en we hebben Goedel 2
- Opmerking: $K4$ met de regel $\Box A \to A / A$ bewijst $\Box(\Box A \to A) \to \Box A$