

Voortgezette Logica, Week 1

Joost J. Joosten

Universiteit Utrecht

(sub)faculteit der Wijsbegeerte

Heidelberglaan 8

3584 CS Utrecht

Kamer 164, 030-2535575

jjoosten@phil.uu.nl

www.phil.uu.nl/~jjoosten (hier moet een tilde bij)

Voortgezette Logica

Wat is logica?

????????????????

In den beginne ...

In den beginne ...

Ἐν ἀρχῇ. ἦν ὁ λόγος, καὶ ὁ λόγος ἦν πρὸς τὸν θεόν,
καὶ θεὸς ἦν ὁ λόγος.

In het begin was het Woord, het Woord was bij God
en het Woord was God.

In den beginne ...

Ἐν ἀρχῇ. ἦν ὁ λόγος, καὶ ὁ λόγος ἦν πρὸς τὸν θεόν,
καὶ θεὸς ἦν ὁ λόγος.

In het begin was het Woord, het Woord was bij God
en het Woord was God.

Het Evangelie volgens Johannes, Nieuwe Bijbel Vertaling

In den beginne ...

Ἐν ἀρχῇ, ἦν ὁ λόγος, καὶ ὁ λόγος ἦν πρὸς τὸν θεόν,
καὶ θεὸς ἦν ὁ λόγος.

In het begin was het Woord, het Woord was bij God
en het Woord was God.

Het Evangelie volgens Johannes, Nieuwe Bijbel Vertaling

- “Logos” wordt hier vertaald als “Woord”.

In den beginne ...

Ἐν ἀρχῇ, ἦν ὁ λόγος, καὶ ὁ λόγος ἦν πρὸς τὸν θεόν,
καὶ θεὸς ἦν ὁ λόγος.

In het begin was het Woord, het Woord was bij God
en het Woord was God.

Het Evangelie volgens Johannes, Nieuwe Bijbel Vertaling

- “Logos” wordt hier vertaald als “Woord”.
- “Logos” kan ook op vele andere manieren worden vertaald.

In den beginne ...

Ἐν ἀρχῇ, ἦν ὁ λόγος, καὶ ὁ λόγος ἦν πρὸς τὸν θεόν,
καὶ θεὸς ἦν ὁ λόγος.

In het begin was het Woord, het Woord was bij God
en het Woord was God.

Het Evangelie volgens Johannes, Nieuwe Bijbel Vertaling

- “Logos” wordt hier vertaald als “Woord”.
- “Logos” kan ook op vele andere manieren worden vertaald.

(Deze slides worden op www.phil.uu.nl/jjoosten geplaatst.)

Logos

Enkele betekenissen van “Logos”:

- **Getal** via légo: oplezen, meetellen

Logos

Enkele betekenissen van “Logos”:

- **Getal** via légo: oplezen, meetellen
- **Waardering**

Logos

Enkele betekenissen van “Logos”:

- **Getal** via légo: oplezen, meetellen
- **Waardering**
- **Achting**

Logos

Enkele betekenissen van “Logos”:

- **Getal** via légo: oplezen, meetellen
- **Waardering**
- **Achting**
- **Gesproken Woord**

Logos

Enkele betekenissen van “Logos”:

- **Getal** via légo: oplezen, meetellen
- **Waardering**
- **Achting**
- **Gesproken Woord**
- **Woord als gedachte-uiting**

Logos

Enkele betekenissen van “Logos”:

- **Getal** via légo: oplezen, meetellen
- **Waardering**
- **Achting**
- **Gesproken Woord**
- **Woord als gedachte-uiting**
- **Gerucht**

Logos

Enkele betekenissen van “Logos”:

- **Getal** via légo: oplezen, meetellen
- **Waardering**
- **Achting**
- **Gesproken Woord**
- **Woord als gedachte-uiting**
- **Gerucht**
- **Gedachte-inhoud**

Logos

Enkele betekenissen van “Logos”:

- **Getal** via légo: oplezen, meetellen
- **Waardering**
- **Achting**
- **Gesproken Woord**
- **Woord als gedachte-uiting**
- **Gerucht**
- **Gedachte-inhoud**
- **De Geest**

Logos

Enkele betekenissen van “Logos”:

- **Getal** via légo: oplezen, meetellen
- **Waardering**
- **Achting**
- **Gesproken Woord**
- **Woord als gedachte-uiting**
- **Gerucht**
- **Gedachte-inhoud**
- **De Geest**
- **Rede**

Wat is Logica?

- Wat is logica?

Wat is Logica?

- Wat is logica?
- Wat is waarheid?

Wat is Logica?

- Wat is logica?
- Wat is waarheid?
- Wat is kennis?

Wat is Logica?

- Wat is logica?
- Wat is waarheid?
- Wat is kennis?
- Hoe verhoudt kennis zich tot waarheid?

Wat is Logica?

- Wat is logica?
- Wat is waarheid?
- Wat is kennis?
- Hoe verhoudt kennis zich tot waarheid?
- Hoe verkrijgen wij kennis?

Wat is Logica?

- Wat is logica?
- Wat is waarheid?
- Wat is kennis?
- Hoe verhoudt kennis zich tot waarheid?
- Hoe verkrijgen wij kennis?
- Al deze vragen verwijzen naar *logica*

Verdere vragen

- Leert de studie van logica ons iets over de structuur van de werkelijkheid?

Verdere vragen

- Leert de studie van logica ons iets over de structuur van de werkelijkheid? (afhankelijk van ontologische grondbeginselen!)

Verdere vragen

- Leert de studie van logica ons iets over de structuur van de werkelijkheid? (afhankelijk van ontologische grondbeginselen!)
- Of leert het ons iets over onze manier van denken?

Verdere vragen

- Leert de studie van logica ons iets over de structuur van de werkelijkheid? (afhankelijk van ontologische grondbeginselen!)
- Of leert het ons iets over onze manier van denken?
- Is logica universeel?

Verdere vragen

- Leert de studie van logica ons iets over de structuur van de werkelijkheid? (afhankelijk van ontologische grondbeginselen!)
- Of leert het ons iets over onze manier van denken?
- Is logica universeel?
- Normatief?

Voortgezette logica

- Ingangseisen: Logica 1

Voortgezette logica

- Ingangseisen: Logica 1
- Structuur van redeneren: propositielogica

Voortgezette logica

- Ingangseisen: Logica 1
- Structuur van redeneren: propositielogica
- Structuur van redeneren: predicatenlogica

Voortgezette logica

- Ingangseisen: Logica 1
- Structuur van redeneren: propositielogica
- Structuur van redeneren: predicatenlogica
- Intuitionistische logica

Analytische test

- Geef een bewijs in natuurlijke deductie van $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$.

Analytische test

- Geef een bewijs in natuurlijke deductie van $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$.
- Laat zien dat $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$ niet intuitionistisch valt te bewijzen.

Analytische test

- Geef een bewijs in natuurlijke deductie van $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$.
- Laat zien dat $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$ niet intuitionistisch valt te bewijzen.
- Welke filosofische onderbouwing zou een intuitionist kunnen bezigen om $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$ niet als algemeen geldig te accepteren?

Analytische test

- Geef een bewijs in natuurlijke deductie van $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$.
- Laat zien dat $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$ niet intuitionistisch valt te bewijzen.
- Welke filosofische onderbouwing zou een intuitionist kunnen bezigen om $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$ niet als algemeen geldig te accepteren?
- Laat zien dat $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ niet te bewijzen valt in klassieke logica.

Analytische test

- Geef een bewijs in natuurlijke deductie van $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$.
- Laat zien dat $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$ niet intuitionistisch valt te bewijzen.
- Welke filosofische onderbouwing zou een intuitionist kunnen bezigen om $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$ niet als algemeen geldig te accepteren?
- Laat zien dat $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ niet te bewijzen valt in klassieke logica.
- Laat zien dat $\exists x A(x) \vee \exists y A(y)$ geen klassieke tautologie is.

Dit college

- Herhalen Logica 1

Dit college

- Herhalen Logica 1
- Propositie Logica

Dit college

- Herhalen Logica 1
- Propositie Logica
- Predicatenlogica

Dit college

- Herhalen Logica 1
- Propositie Logica
- Predicatenlogica
- Intuïtionistische logica

Dit college

- Modale logica's (noodzakelijkheid, verplichting, toegestaan, mogelijkheid, bekend, etc.)

Dit college

- Modale logica's (noodzakelijkheid, verplichting, toegestaan, mogelijkheid, bekend, etc.)
- Deontische Logica

Dit college

- Modale logica's (noodzakelijkheid, verplichting, toegestaan, mogelijkheid, bekend, etc.)
- Deontische Logica
- Epistemische logica

Dit college

- Modale logica's (noodzakelijkheid, verplichting, toegestaan, mogelijkheid, bekend, etc.)
- Deontische Logica
- Epistemische logica
- Bewijsbaarheidslogica

Dit college

- Modale logica's (noodzakelijkheid, verplichting, toegestaan, mogelijkheid, bekend, etc.)
- Deontische Logica
- Epistemische logica
- Bewijsbaarheidslogica
- Intuïtionistische logica

Dit college

- Modale logica's (noodzakelijkheid, verplichting, toegestaan, mogelijkheid, bekend, etc.)
- Deontische Logica
- Epistemische logica
- Bewijsbaarheidslogica
- Intuïtionistische logica
- Extra onderwerpen, o.a. twee papers

Organisatie van dit college

- Collegevormen: Hoorcollege/werkcollege. Dinsdag hoorcollege. Donderdag beetje hoorcollege, beetje werkcollege.

Organisatie van dit college

- Collegevormen: Hoorcollege/werkcollege. Dinsdag hoorcollege. Donderdag beetje hoorcollege, beetje werkcollege.
- Toetsing iets anders

Organisatie van dit college

- Collegevormen: Hoorcollege/werkcollege. Dinsdag hoorcollege. Donderdag beetje hoorcollege, beetje werkcollege.
- Toetsing iets anders
- 15 % huiswerk (Weken 1-4, 6 en 8. Best 5 out of 6. De $x+1$ regeling, bonus.)

Organisatie van dit college

- Collegevormen: Hoorcollege/werkcollege. Dinsdag hoorcollege. Donderdag beetje hoorcollege, beetje werkcollege.
- Toetsing iets anders
- 15 % huiswerk (Weken 1-4, 6 en 8. Best 5 out of 6. De $x+1$ regeling, bonus.)
- 20 % tussentoets

Organisatie van dit college

- Collegevormen: Hoorcollege/werkcollege. Dinsdag hoorcollege. Donderdag beetje hoorcollege, beetje werkcollege.
- Toetsing iets anders
- 15 % huiswerk (Weken 1-4, 6 en 8. Best 5 out of 6. De x+1 regeling, bonus.)
- 20 % tussentoets
- 25 % proto-essay, review en essay

Organisatie van dit college

- Collegevormen: Hoorcollege/werkcollege. Dinsdag hoorcollege. Donderdag beetje hoorcollege, beetje werkcollege.
- Toetsing iets anders
- 15 % huiswerk (Weken 1-4, 6 en 8. Best 5 out of 6. De x+1 regeling, bonus.)
- 20 % tussentoets
- 25 % proto-essay, review en essay
- 40 % tentamen

Organisatie van dit college

- Collegevormen: Hoorcollege/werkcollege. Dinsdag hoorcollege. Donderdag beetje hoorcollege, beetje werkcollege.
- Toetsing iets anders
- 15 % huiswerk (Weken 1-4, 6 en 8. Best 5 out of 6. De x+1 regeling, bonus.)
- 20 % tussentoets
- 25 % proto-essay, review en essay
- 40 % tentamen
- Veel oefenen !

Schematisch redeneren

A Als Socrates een mens is, dan is hij sterfelijk. Socrates is een mens. Dus, Socrates is sterfelijk.

Schematisch redeneren

- A Als Socrates een mens is, dan is hij sterfelijk. Socrates is een mens. Dus, Socrates is sterfelijk.
- B Als jij met vuurwerk stunt, dan ben jij een rund. Jij stunt met vuurwerk. Dus, jij bent een rund.

Schematisch redeneren

- A** Als Socrates een mens is, dan is hij sterfelijk. Socrates is een mens. Dus, Socrates is sterfelijk.
- B** Als jij met vuurwerk stunt, dan ben jij een rund. Jij stunt met vuurwerk. Dus, jij bent een rund.

We zouden **A** en **B** 'hetzelfde' willen noemen.

Wiskunde..

Wiskunde..

‘εἰ τὸ πρῶτον, τὸ δεύτερον· ἀλλὰ μὴν τὸ πρῶτον· τὸ ἄρα
δεύτερον.’

(Chrysippus (+- 279 t/m 206 vC).) Geciteerd uit Long en Sedley "The Hellenistic Philosophers" 1987.

‘If the first, the second. But the first. Therefore the second.’

Wiskunde..

‘εἰ τὸ πρῶτον, τὸ δεύτερον· ἀλλὰ μὴν τὸ πρῶτον· τὸ ἄρα
δεύτερον.’

(Chrysippus (+- 279 t/m 206 vC).) Geciteerd uit Long en Sedley "The Hellenistic Philosophers" 1987.

‘If the first, the second. But the first. Therefore the
second.’

Beter is het om met *variabelen* te werken.

Wiskunde..

‘εἰ τὸ πρῶτον, τὸ δεύτερον· ἀλλὰ μὴν τὸ πρῶτον· τὸ ἄρα
δεύτερον.’

(Chrysippus (+- 279 t/m 206 vC).) Geciteerd uit Long en Sedley "The Hellenistic Philosophers" 1987.

‘If the first, the second. But the first. Therefore the second.’

Beter is het om met *variabelen* te werken.

$$\frac{A \rightarrow B \quad A}{B} \rightarrow E$$

Wiskunde..

‘εἰ τὸ πρῶτον, τὸ δεύτερον· ἀλλὰ μὴν τὸ πρῶτον· τὸ ἄρα
δεύτερον.’

(Chrysippus (+- 279 t/m 206 vC).) Geciteerd uit Long en Sedley "The Hellenistic Philosophers" 1987.

‘If the first, the second. But the first. Therefore the second.’

Beter is het om met *variabelen* te werken.

$$\frac{A \rightarrow B \quad A}{B} \rightarrow E$$

Help: dit lijkt op

Wiskunde..

‘εἰ τὸ πρῶτον, τὸ δεύτερον· ἀλλὰ μὴν τὸ πρῶτον· τὸ ἄρα
δεύτερον.’

(Chrysippus (+- 279 t/m 206 vC).) Geciteerd uit Long en Sedley "The Hellenistic Philosophers" 1987.

‘If the first, the second. But the first. Therefore the second.’

Beter is het om met *variabelen* te werken.

$$\frac{A \rightarrow B \quad A}{B} \rightarrow E$$

Help: dit lijkt op **Wiskunde!**

De taal van de Propositielogica

- Drie soorten symbolen

De taal van de Propositieloga

- Drie soorten symbolen
 - Propositie variabelen: $p_0, p_1, p_2, p_3, \dots$

De taal van de Propositielogica

- Drie soorten symbolen
 - Propositie variabelen: $p_0, p_1, p_2, p_3, \dots$
 - Connectieven: $\wedge, \vee, \rightarrow, \neg, \leftrightarrow, \perp$

De taal van de Propositielogica

- Drie soorten symbolen
 - Propositie variabelen: $p_0, p_1, p_2, p_3, \dots$
 - Connectieven: $\wedge, \vee, \rightarrow, \neg, \leftrightarrow, \perp$
 - Twee haakjes: $(,)$

De taal van de Propositiel logica

- Drie soorten symbolen
 - Propositie variabelen: $p_0, p_1, p_2, p_3, \dots$
 - Connectieven: $\wedge, \vee, \rightarrow, \neg, \leftrightarrow, \perp$
 - Twee haakjes: $(,)$
- De verzameling van proposities is de kleinste verzameling die alle propositie variabelen bevat en gesloten is onder de connectieven. (Niet alle connectieven binden even sterk!)

Implicatie

• Eliminatie: $\frac{\begin{array}{c} \mathcal{D} \\ \varphi \rightarrow \psi \end{array} \quad \begin{array}{c} \mathcal{D}' \\ \varphi \end{array}}{\psi} \rightarrow \mathbf{E}$

Implicatie

● Eliminatie:
$$\frac{\varphi \xrightarrow{\mathcal{D}} \psi \quad \varphi \xrightarrow{\mathcal{D}'}}{\psi} \rightarrow \mathbf{E}$$

● Introductie:
$$\frac{[\varphi]_1 \quad \vdots \quad \psi}{\varphi \rightarrow \psi} \rightarrow \mathbf{I}, 1$$

Implicatie

● Eliminatie:
$$\frac{\varphi \xrightarrow{\mathcal{D}} \psi \quad \varphi \xrightarrow{\mathcal{D}'}}{\psi} \rightarrow \mathbf{E}$$

● Introductie:
$$\frac{[\varphi]_1 \quad \vdots \quad \psi}{\varphi \rightarrow \psi} \rightarrow \mathbf{I}, 1$$

N.B., wij schrijven $[\varphi]_1$ i.p.v. $[\varphi]^1$

Meer van hetzelfde

- Introductie van de disjunctie: $\frac{\mathcal{D}}{\varphi \vee \psi} \forall I, l$

Meer van hetzelfde

• Introductie van de disjunctie: $\frac{\mathcal{D}}{\varphi} \quad \forall l, l$

$$\frac{\mathcal{D}}{\psi} \quad \forall l, r$$

Meer van hetzelfde

● Introductie van de disjunctie: $\frac{\mathcal{D}}{\varphi} \quad \forall I, l$

$$\frac{\mathcal{D}}{\psi} \quad \forall I, r$$

● Eliminatie van de conjunctie: $\frac{\mathcal{D}}{\varphi \wedge \psi} \quad \wedge E, l$

Meer van hetzelfde

● Introductie van de disjunctie: $\frac{\mathcal{D}}{\varphi} \quad \forall I, l$

$$\frac{\mathcal{D}}{\psi} \quad \forall I, r$$

● Eliminatie van de conjunctie: $\frac{\mathcal{D}}{\varphi \wedge \psi} \quad \wedge E, l$

$$\frac{\mathcal{D}}{\varphi \wedge \psi} \quad \wedge E, r$$

Meer van hetzelfde

• Introductie van de disjunctie: $\frac{\mathcal{D}}{\varphi} \quad \forall I, l$

$$\frac{\mathcal{D}}{\psi} \quad \forall I, r$$

• Eliminatie van de conjunctie: $\frac{\mathcal{D}}{\varphi \wedge \psi} \quad \wedge E, l$

$$\frac{\mathcal{D}}{\varphi \wedge \psi} \quad \wedge E, r$$

Merk op: we zijn hier preciezer dan *Logic and Structure*!

Aannames en bewijzen

Precieze definitie komt later.

Houdt de status van aannames goed bij!

Vergelijk met "Als God bestaat dan ga ik naar de hemel na mijn dood.".

Aannames en bewijzen

Precieze definitie komt later.

Houdt de status van aannames goed bij!

Vergelijk met "Als God bestaat dan ga ik naar de hemel na mijn dood."

- Lege voorkomens toegestaan, bv in het bewijs van

$$\psi \rightarrow (\varphi \rightarrow \psi)$$

Aannames en bewijzen

Precieze definitie komt later.

Houdt de status van aannames goed bij!

Vergelijk met "Als God bestaat dan ga ik naar de hemel na mijn dood.".

- Lege voorkomens toegestaan, bv in het bewijs van $\psi \rightarrow (\varphi \rightarrow \psi)$
- Dubbelrol in het bewijs van $\varphi \rightarrow \varphi$.

Andere connectieven

- Voor elk connectief is er een introductie en een eliminatie regel

Andere connectieven

- Voor elk connectief is er een introductie en een eliminatie regel
- Implicatie

Andere connectieven

- Voor elk connectief is er een introductie en een eliminatie regel
- Implicatie
- Conjunctie

Andere connectieven

- Voor elk connectief is er een introductie en een eliminatie regel
- Implicatie
- Conjunctie
- Disjunctie

Andere connectieven

- Voor elk connectief is er een introductie en een eliminatie regel
- Implicatie
- Conjunctie
- Disjunctie
- Negatie is een afkorting $\neg p$ is voor ons $p \rightarrow \perp$

Andere connectieven

- Voor elk connectief is er een introductie en een eliminatie regel
- Implicatie
- Conjunctie
- Disjunctie
- Negatie is een afkorting $\neg p$ is voor ons $p \rightarrow \perp$
- Falsum regels (Ex falso sequitur quodlibet, Reductio ad absurdum)

Afleidingen in Predicatenlogica

- Predicatenlogica bevat predicaten en kwantificatie

Afleidingen in Predicatenlogica

- Predicatenlogica bevat predicaten en kwantificatie
- Je kan een hele algemene definitie nemen. Wij zullen altijd eerst de taal specificeren, dwz de predicaten tezamen met de plaatsigheid ofwel ariteit.

Afleidingen in Predicatenlogica

- Predicatenlogica bevat predicaten en kwantificatie
- Je kan een hele algemene definitie nemen. Wij zullen altijd eerst de taal specificeren, dwz de predicaten tezamen met de plaatsigheid ofwel ariteit.
- Gegeven een taal, kun je precies aangeven wat de predicaatlogische formules zijn.

Afleidingen in Predicatenlogica

- Predicatenlogica bevat predicaten en kwantificatie
- Je kan een hele algemene definitie nemen. Wij zullen altijd eerst de taal specificeren, dwz de predicaten tezamen met de plaatsigheid ofwel ariteit.
- Gegeven een taal, kun je precies aangeven wat de predicaatlogische formules zijn.
- Er zijn introductie- en eliminatieregels

Afleidingen in Predicatenlogica

- Predicatenlogica bevat predicaten en kwantificatie
- Je kan een hele algemene definitie nemen. Wij zullen altijd eerst de taal specificeren, dwz de predicaten tezamen met de plaatsigheid ofwel ariteit.
- Gegeven een taal, kun je precies aangeven wat de predicaatlogische formules zijn.
- Er zijn introductie- en eliminatieregels
- Universele kwantor

Afleidingen in Predicatenlogica

- Predicatenlogica bevat predicaten en kwantificatie
- Je kan een hele algemene definitie nemen. Wij zullen altijd eerst de taal specificeren, dwz de predicaten tezamen met de plaatsigheid ofwel ariteit.
- Gegeven een taal, kun je precies aangeven wat de predicaatlogische formules zijn.
- Er zijn introductie- en eliminatieregels
- Universele kwantor
- Existentiële kwantor

Afleidingen in Predicatenlogica

- Predicatenlogica bevat predicaten en kwantificatie
- Je kan een hele algemene definitie nemen. Wij zullen altijd eerst de taal specificeren, dwz de predicaten tezamen met de plaatsigheid ofwel ariteit.
- Gegeven een taal, kun je precies aangeven wat de predicaatlogische formules zijn.
- Er zijn introductie- en eliminatieregels
- Universele kwantor
- Existentiële kwantor
- Houd condities op de aannames goed bij!

Klassiek versus constructief

- Klassiek: alle regels

Klassiek versus constructief

- Klassiek: alle regels
- Constructief: alles behalve RAA